# Representasi Ruang Sinyal

Galdita A. Chulafak, 33024-TI
Aditya Rizki Yudiantika, 33045-TI
Udi Hartono, 33317-TI
Jurusan Teknik Elektro dan Teknologi Informasi, Fakultas Teknik UGM,
Yogyakarta

Bab ini mendiskusikan topik yang sangat penting. Andaikan kita harus menyatukan beberapa sinyal bersamaan, bagaimana agar kita dapat mengekstraknya dengan benar? Selama sinyal-sinyal yang ada berbentuk sinusoidal, penting bagi pembaca untuk berkonsultasi dengan rumus-rumus pada Lampiran A (yang mengandung rumus-rumus yang paling banyak digunakan pada teori komunikasi) apabila pembaca kurang familiar dengan persamaan turunan.

Konsep penting dalam komunikasi akan diperkenalkan : Anggap suatu kasus, dimana kita memiliki fungsi periodic berikut ini ( aturan 'fungsi periodik' akan dijelaskan secara lengkap pada bab berikutnya.

$$f(t) = a \cos(2\pi f_c t) + b \sin(2\pi f_c t).$$

Periode dari sinyal adalah  $T=1/f_c$ . Anggap sebuah penerima, menerima sinyal tersebut, dank arena beberapa alas an, penerima ingin menentukan besarnya nilai a dan b. Apa yang bisa kita lakukan? Untuk menghitung nilai a, kita bisa melakukan perhitungan dengan persamaan berikut:

$$\begin{split} &\int_{0}^{T} f(t) \cos{(2\pi f_{c}t)} dt \\ &= a \int_{0}^{T} \cos^{2}{(2\pi f_{c}t)} dt + b \int_{0}^{T} \sin(2\pi f_{c}t) \cos{(2\pi f_{c}t)} dt \\ &= \frac{a}{2} \int_{0}^{T} (1 + \cos{(4\pi f_{c}t)}) dt + \frac{b}{2} \int_{0}^{T} \sin(2\pi f_{c}t) dt \\ &= \frac{aT}{2} + \frac{a}{2(4\pi f_{c}t)} \sin(4\pi f_{c}t) \Big|_{0}^{T} - \frac{b}{2(4\pi f_{c}t)} \cos(4\pi f_{c}t) \Big|_{0}^{T} \\ &= \frac{aT}{2} + \frac{a}{8\pi f_{c}} (0 - 0) - \frac{b}{8\pi f_{c}} (1 - 1) \\ &= \frac{aT}{2} \end{split}$$

Maka:

$$a = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(2\pi f_c t) dt.$$

Begitu pula, persamaan berikut memberikan kita nilai dari b:

$$\int_0^T f(t) \sin(2\pi f_c t) dt.$$

Nilai dari a dan b dapat ditentukan dengan cara diatas, sebab merupakan fungsi orthogonalitas sinus dan cosines. Konsep ini akan digunakan di semua bab, jadi bab ini akan menjelaskan tentang konsep tersebut. Pertama, ita akan mendiskusikan tentang konsep ruang vektor (*vector space*)

#### 2.1 Jarak Vektor

Di dalam sebuah ruang n-dimensi, sebuah vektor v adalah n-deret  $(v_1, v_2, \ldots, v_n)$ . Pertama, mari kita definisikan *inner product* dari dua vektor. Misalkan  $v_1 = (v_{11}, v_{12}, \ldots, v_{1n})$  dan  $v_2 = (v_{21}, v_{22}, \ldots, v_{2n})$ . *Inner product* dari kedua vektor tersebut adalah :

$$v_1 \cdot v_2 = \sum_{i=1}^n v_{1i} \cdot v_{2i}$$

Standar dari vektor v, ditandai dengan  $\|\mathbf{v}\|$ , didefinisikan sebagai  $(v.v)^{1/2}$ . Dua vektor  $v_1$  dan  $v_2$ , dikatakan *orthogonal* jika hasil dari *inner produk*-nya 0 (nol).

### Contoh 2-1

Anggap  $v_1 = (1, 1)$  dan  $v_2 = (1, -1)$ . *Inner product* dari vektor tersebut adalah  $v_1$ .  $v_2 = (1 \times 1) + (1 \times -1) = 1-1$  = 0. Karena itu, vektor – vektor tersebut saling *orthogonal*. Sepasang vektor dikatakan *orthonormal* jika tiap pasang dari vektor *orthogonal* satu sama lain dan *norm* dari tiap vektor adalah 1. Misalnya, (1,0) dan (0,1)

adalah orthonormal dan  $(1/\sqrt{2}$ ,  $-1/\sqrt{2})$  dan  $(1/\sqrt{2}$ ,  $1/\sqrt{2})$  juga orthonormal. Anggap dua vektor  $v_1$  dan  $v_2$  orthogonal, dan  $v = av_1 + bv_2$ . Maka a bisa didapat dengan  $v_1$ .  $v_2$ , karena

$$v \cdot v_1 = a(v_1 \cdot v_1) + b(v_2 \cdot v_1)$$
  
=  $a \|v_1\|^2 + b \cdot 0$   
=  $a \|v_1\|^2$   
Maka  $a = \frac{v \cdot v_1}{\|v_2\|^2}$ 

Nilai dari b dapat ditentukan dangan cara yang sama.

## Contoh 2-2

Anggap vektor  $v_1=(1/\sqrt{2}\ ,\ 1/\sqrt{2})$  dan  $v_2=(1/\sqrt{2}\ ,\ 1/\sqrt{2})$ .  $v=(7/\sqrt{2}\ ,\ 1/\sqrt{2})$ . Andaikan  $v=av_1+bv_2$ . Maka a dapat ditentukan sebagai berikut:

$$a = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v_1}}{\|\mathbf{v_1}\|^2} = \frac{\left(\frac{7}{2} - \frac{1}{2}\right)}{1} = 3$$

Demikian pula, b dapat ditentukan

$$b = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v_2}}{\|\mathbf{v_1}\|^2} = \frac{\left(\frac{7}{2} + \frac{1}{2}\right)}{1} = 4$$

Secara umum, jika kita memiliki  $v = \sum_{i=1}^{n} a_i v_i$ , dimana  $v_i$  orthogonal dengan lainnya,  $a_i$  dapat ditentukan sebagai berikut

$$a_i = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v_i}}{\|\mathbf{v_i}\|^2}$$

## 2.2 Ruang Sinyal

Sinyal merupakan fungsi waktu. Mari kita tuliskan sebuah sinyal sebagai  $\emptyset$ (t). Diberikan dua sinyal  $\emptyset$ <sub>i</sub>(t) dan  $\emptyset$ <sub>j</sub>(t). Inner product dari sinyal-sinyal tersebut ditunjukkan sebagai {  $\emptyset$ <sub>i</sub>(t),  $\emptyset$ <sub>j</sub>(t) } didefinisikan sebagai berikut:

$$\{ \boldsymbol{\emptyset}_{i}(t), \boldsymbol{\emptyset}_{j}(t) \} = \int_{a}^{b} \boldsymbol{\emptyset}i(t)\boldsymbol{\emptyset}j(t)dt$$

Ingat, bahwa inner product dari dua buah sinyal telah didefinisikan seperti pada persamaan (2-3), juga merupakan fungsi dua parameter a dan b. Nilai selain a dan b akan memberikan hasil yang berbeda. Untuk menekankan poin ini, pada buku ini, kapanpun dibutuhkan, kita mungkin akan mengatakan bahwa inner produt dari sinyal  $\emptyset_i(t)$  dan  $\emptyset_i(t)$ , dengan memandang interval  $\{a, b\}$ .

Dua sinyal dikatakan orthogonal jika hasil inner product-nya 0. Standar sinyal  $\emptyset(t)$ , ditandai sebagai  $\|\emptyset(t)\|$ , didefinisikan sebagai  $(\{\emptyset(t), \emptyset(t)\})^{1/2}$ . Satu set sinyal dikatakan orthonormal jika nilai orthogonalnya satu dengan yang lain, dan norm-nya sama dengan 1.

Di sisa sesi ini, kapanpun parameter k dan n digunakan sebagai koefisien, menandakan integer positif, kecuali jika telah dijelaskan. Sekarang mari kita lihat beberapa contoh:

#### Contoh 2-3

Anggap  $\emptyset_1(t) = \sin(2\pi k f_c t)$  dan  $\emptyset_2(t) = \sin(2\pi n f_c t)$ . Inner product dari sinyal-sinyal tersebut tergantung pada interval penggabungan dan apakah k=n, atau k≠n. Berikut, kita asumsikan bahwa interval penggabungan adalah  $\{0, T\}$  dmana  $T=1/f_c$ .

Kasus 1:  $k \neq n$ . Pada kasus ini, kita menggunakan persamaan A-10:

$$\begin{split} \langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle &= \int_0^T \sin(2\pi k f_c t) \sin(2\pi n f_c t) dt \\ &= \int_0^T \frac{1}{2} [\cos(2\pi (k-n) f_c t) - \cos(2\pi (k+n) f_c t)] dt \\ &= \frac{1}{2} \Big[ \frac{\sin(2\pi (k-n) f_c t)}{(2\pi (k-n) f_c)} + \frac{\sin(2\pi (k+n) f_c t)}{(2\pi (k+n) f_c)} \Big]_{t=0}^{t=T} \\ &= 0 \end{split}$$
 (2-4)

Kasus 2:  $k = n \neq 0$ . Pada kasus ini, kita menggunakan persamaan A-17:

$$\langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^T (1 - \cos(2\pi(2k)f_c t)) dt = \left[\frac{1}{2}\right]_{t=0}^{t=T} = \frac{T}{2}$$
 (2-5)

Dapat disimpulkan, kita mempunyai:

$$\langle \sin(2\pi k f_c t), \sin(2\pi n f_c t) \rangle = 0$$
 jika  $k \neq n$  (2-6)

$$\langle \sin(2\pi k f_c t), \sin(2\pi n f_c t) \rangle = \frac{\tau}{2} \text{ jika k} = n \neq 0$$
 (2-7)

Hasil yang identik terdapat pada  $\varphi_1(t) = \cos(2\pi k f_c t) \operatorname{dan} \varphi_2(t) = \cos(2\pi n f_c t)$ 

#### Contoh 2-4

Buktikan  $\varphi_1(t) = \sin(2\pi k f_c t) \operatorname{dan} \varphi_2(t) = \cos(2\pi n f_c t)$ 

**Kasus 1**:  $k \neq n$ . Kita gunakan persamaan A-11:

$$\begin{split} \langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle &= \int_0^T \sin(2\pi k f_c t) \cos(2\pi n f_c t) dt \\ &= \int_0^T \frac{1}{2} \left( \sin(2\pi (k-n) f_c t) + \sin(2\pi (k+n) f_c t) \right) dt \\ &= -\frac{1}{2} \left[ \frac{\cos(2\pi (k-n) f_c t)}{(2\pi (k-n) f_c)} + \frac{\cos(2\pi (k+n) f_c t)}{(2\pi (k+n) f_c)} \right]_{t=0}^{t=T} \\ &= 0 \end{split}$$
 (2-8)

**Kasus 2**:  $k = n \neq 0$ . Kita gunakan persamaan A-13:

$$\langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^T (\sin(2\pi(2k)f_c t)) dt = 0$$
 (2-9)

Kita mempunyai:

$$\langle \sin k(2\pi f_c t), \cos n(2\pi f_c t) \rangle = 0$$
 untuk semua k dan n (2-10)

Kita dapat menyimpulkan hasilnya dari contoh 2-3 dan 2-4 sebagai berikut:

$$\langle \sin(2\pi k f_c t), \sin(2\pi n f_c t) \rangle = 0$$
 jika k \neq n (2-11)

$$\langle \sin(2\pi k f_c t), \sin(2\pi n f_c t) \rangle = \frac{\tau}{2} \text{ jika } k = n \neq 0$$
 (2-12)

$$\langle \cos(2\pi k f_c t), \cos(2\pi n f_c t) \rangle = 0$$
 jika k  $\neq$  n (2-13)

$$\langle \cos(2\pi k f_c t), \cos(2\pi n f_c t) \rangle = \frac{\tau}{2} \text{ jika k} = n \neq 0$$
 (2-14)

$$\langle \sin(2\pi k f_c t), \cos(2\pi n f_c t) \rangle = 0$$
 untuk semua k dan n (2-15)

Tabel 2-1 menyimpulkan dari persamaan-persamaan di atas. Seperti terlihat,fungsi sinus, fungsi cosines, tidak saling orthogonal hanya kepada dirinya sendiri.

Beberapa contoh disimpulkan pada gambar 2-1, yang mana mengilustrasikan empat kasus:  $\sin(x)\cos(3x)$ ,  $\sin(x)\sin(3x)$ ,  $\sin(x)\cos(x)$ ,  $\sin(x)\sin(x)$ . Pembaca harus melihat masing-masing kasus dengan seksama. Untuk tiga kasus pertama, total area di atas sumbu-x sama dengan total area di bawah sumbu-x. Hal tersebut menyebabkan integrasi dari fungsi-fungsi melalui periode dari 0 hingga  $2\pi$  menghasilkan 0 untuk ketiga kasus tersebut. Pada kasus terakhir, tidak dapat area di bawah sumbu-x. Hal tersebut menyebabkan integrasi menghasilkan suatu hasil bukan nol. Hasil ini sesuai dengan persamaan (2-11) hingga (2-15).

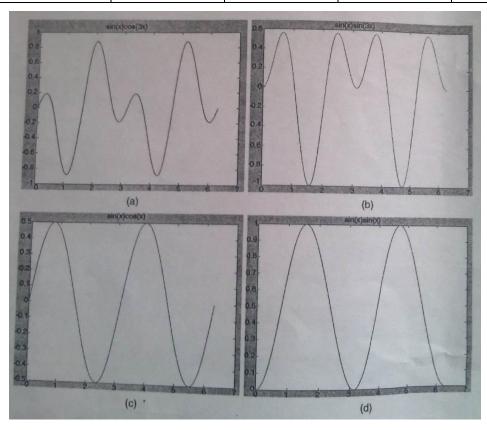
Hasil-hasil di atas dapat dijelaskan dari sudut pandang yang berbeda. Perhatikan bahwa integrasi dari suatu fungsi sinusoidal melalui periodenya adalah 0. Suatu pengujian dari persamaan (A-9) hingga (A-13) pada Appendix A memperlihatkan bahwa cosαcosβ, sinαsinβ, sinαcosβ, dan cosαsinβ semuanya setara dengan fungsi sinus dan cosinus. Jika kita melakukan suatu integrasi padanya melalui periode, hasilnya akan tetap nol. Di sisi lain, pesamaan (A-17) dan (A-18) memperlihatkan bahwa terdapat konstan pada rumus dari sin²α dan cos²α. Integrasi tersebut melaluinya akan membentuk suatu hasil bukan nol.

Katakan sinyal kita direpresentasikan dengan rumus berikut:

$$T = 1/S_c, f(t) = \sum_{k=1}^{n} a_k \cos(2\pi k f_c t) + \sum_{k=1}^{n} b_k \cos(2\pi k f_c t)$$
 (2-16)

Tabel 2-1 Ortogonalitas dari fungsi sinusoidal

Inner product	$\cos(2\pi k f_0 t)$	$\cos(2\pi n f_0 t)$	$\sin(2\pi k f_0 t)$	$\sin(2\pi n f_0 t)$
$\cos(2\pi k f_0 t)$	T/2	0	0	0
$\cos(2\pi n f_0 t)$	0	T/2	0	0
$\sin(2\pi k f_0 t)$	0	0	T/2	0
$\sin(2\pi n f_0 t)$	0	0	0	T/2



Gambar 2-1 Ilustrasi dari empat fungsi: (a)  $\sin(x)\cos(3x)$ , (b) $\sin(x)\sin(3x)$ , (c) $\sin(x)\cos(x)$ , dan (d) $\sin(x)\sin(x)$ 

Dan kita ditanya untuk menjelaskan  $a_k$  dan  $b_k$ . Untuk melakukan ini, kita dapat menggunakan persamaan-persamaan di atas memperhatikan dengan produk dalam suatu fungsi cosinus dan sinus. Hal itu untuk menjelaskan  $a_k$ , kita melakukan:

$$\langle f(t), \cos(2\pi k f_c t) \rangle = \int_0^T f(t) \cos(2\pi k f_c t) dt \tag{2-17}$$

Dari persamaan (2-11) hingga (2-15), kita dapat dengan mudah melihat semua pernyataan pada persamaan (2-17) menghilang kecuali a<sub>k</sub>. Dari persamaan (2-14), kita mempunyai:

$$a_k = \frac{2}{\tau} \langle f(t), \cos(2\pi k f_c t) \rangle = \frac{2}{\tau} \int_0^T f(t) \cos(2\pi k f_c t) dt$$
 (2-18)

b<sub>k</sub> dapat dicari dengan formula berikut:

$$b_k = \frac{2}{\tau} \langle f(t), \sin(2\pi k f_c t) \rangle = \frac{2}{\tau} \int_0^T f(t) \sin(2\pi k f_c t) dt$$
 (2-19)

Hasil di atas akan sangat berguna ketika kita mengenalkan konsep seri Fourier, transformasi Fourier, modulasi amplitudo, *double sideband modulation*, *single sideband modulation*, QPSK dan OFDM dan sebagainya.

#### Contoh 2-5

Berdasarkan kasus di mana  $\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_1 t)$  dan  $\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_2 t)$  di bawah kondisi  $0 \le t < T$  dan

$$f_i = \frac{n_c + i}{T}$$
 untuk beberapa bilangan bulat  $n_c$  dan  $i = 1, 2$ . (2-20)

$$\langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle = \frac{2}{T} \int_0^T \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t) dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T (\cos(2\pi (f_1 + f_2)t) + \cos(2\pi (f_1 - f_2)t) dt)$$
(2-21)

Substitusi persamaan (2-20) ke persamaan (2-21), kita dapatkan:

$$\langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle = \frac{1}{T} \left( \int_0^T \cos \left( 2\pi \left( \frac{2n_c + 3}{T} t \right) \right) dt + \int_0^T \cos \left( 2\pi \left( \frac{-1}{T} \right) t \right) dt \right) \tag{2-22}$$

Pada persamaan di atas, antara integrasi pertama dan kedua, suatu bilangan bulat dari periode ikut terlibat. Akan tetapi keduanya adalah nol. Kita mempunyai:

$$\langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle = \langle \cos(2\pi f_1 t), \cos(2\pi f_2 t) \rangle = 0 \tag{2-23}$$

di bawah kondisi bahwa persamaan (2-20) dipenuhi.

Kita dapat juga membuktikan bahwa, untuk i = 1,2:

$$\langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle = 1. \tag{2-24}$$

Terdapat cara lain untuk melihat pada masalah. Buktikan  $f_c = 1/T$ . Kemudian  $f_1 = (n_c + 1)f_c$  dan  $f_2 = (n_c + 2)f_c$ . Kita dapat mengatakan bahwa  $f_1 = kf_c$ ,  $f_2 = nf_c$  dan  $k \neq n$ . Berdasarkan persamaan (2-13), kita dapat dengan mudah memperoleh persamaan (2-23).

Misalkan sebuah sinyal direpresentasikan sebagai  $f(t) = a\phi_1(t) + b\phi_2(t)$ , dimana  $\langle \phi_1(t) + \phi_2(t) \rangle = 0$  dan  $\langle \phi_1(t) + \phi_2(t) \rangle = 1$  untuk I = 1,2. Kemudian, secara mudah nilai a dan b dapat diperoleh dengan persamaan berikut:

$$a = \int_0^T f(t) \phi_1(t) dt$$

$$b = \int_0^T f(t) \phi_2(t) dt$$

Hasil di atas akan sangat berguna ketika belajar binary frequency-shift keying di Bab 5.

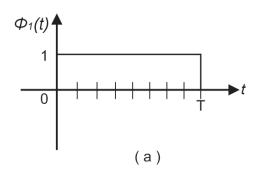
#### Contoh 2-6

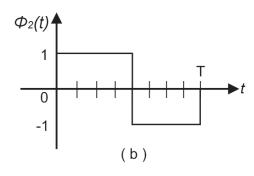
Mari kita lihat dua sinyal yang diilustrasikan di Gambar 2-2(a) dan 2-2(b). Perkalian antar dua sinyal tersebut diperlihatkan pada Gambar 2-2(c), dan integral sinyal yang dihasilkan dari persamaan 2-2(c) ditunjukkan pada Gambar 2-2(d). Kita dapat melihat bahwa kedua sinyal bersifat ortogonal karena  $\int_0^T \phi_1(t) \phi_2(t) dt = 0.$ 

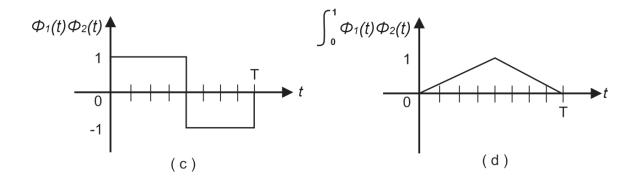
## Contoh 2-7

Bayangkan dua buah sinyal yang mirip seperti Contoh 2-6. Seperti tampak pada Gambar 2-3, ada dua sinyal yang juga ortogonal.

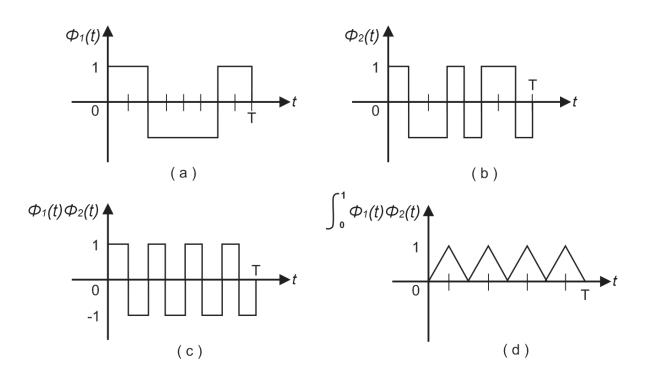
Pada kedua contoh di atas, kita juga dapat membayangkan kedua sinyal tersebut sebagai vektor-vektor karena sinyal tersebut diasumsikan sebagai nilai-nilai diskret. Pada contoh 2-6, dua sinyal dapat direpresentasikan sebagai berikut:







Gambar 2-2 Dua sinyal orthogonal: (a)  $\phi_1(t)$ , (b)  $\phi_2(t)$ , (c)  $\phi_1(t)\phi_2(t)$ , dan (d)  $\int_0^T \phi_1(t)\phi_2(t)dt = 0$ 



Gambar 2-2 Dua sinyal lain: (a)  $\phi_1(t)$ , (b)  $\phi_2(t)$ , (c)  $\phi_1(t)\phi_2(t)$ , dan (d)  $\int_0^T \phi_1(t)\phi_2(t)dt = 0$ 

 $v_1 = (1,1)$  dan  $v_2 = (1, -1)$ . Perkalian produk kedua vector tersebut yaitu

$$v_1$$
.  $v_2 = (1 \times 1) + (1 \times (-1)) = 1 + (-1) = 0$ .

Dengan cara yang sama, sinyal-sinyal pada Contoh 2-7 dapat direpresentasikan sebagai  $v_1 = (1,1,-1,-1,-1,-1,1,1)$  dan  $v_2 = (1,-1,-1,1,1,-1,1,1,-1)$ . Perkalian produk kedua vector tersebut yaitu

 $v_1$ .  $v_2$ 

$$= (1 \times 1) + (1 \times (-1)) + ((-1) \times (-1)) + ((-1) \times 1) + ((-1) \times (-1)) + ((-1) \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times (-1))$$

$$= 1 + (-1) + 1 + (-1) + 1 + (-1) + 1 + (-1)$$

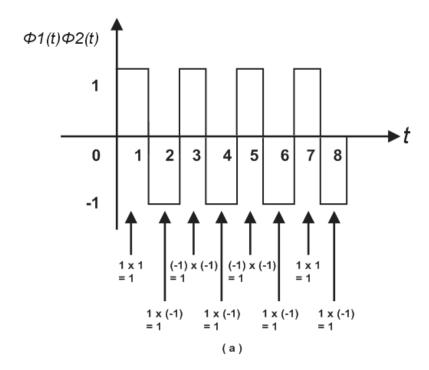
$$= 0$$

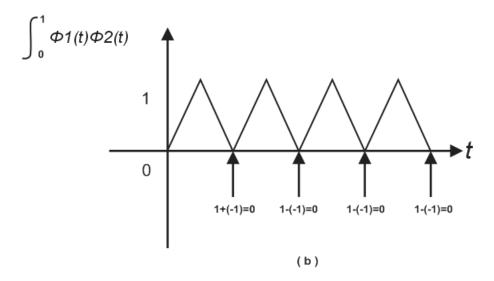
Sangat menarik untuk didiskusikan ketika konsep ruang sinyal dan konsep ruang vector pada dasarnya berbeda. Misalkan dua sinyal dilambangkan sebagai  $\phi_1(t)$  dan  $\phi_2(t)$ . Perkalian produk antara  $\phi_1(t)$  dan  $\phi_2(t)$  didefinisikan sebagai  $\int_a^b \phi_1(t) \phi_2(t) dt$ . Bayangkan kita tidak mempunyai rumusan analitis untuk  $\phi_1(t)$  dan  $\phi_2(t)$ . Kita dapat memisalkan kedua sinyal tersebut pada waktu  $t_l$ ,  $t_l$ , ...  $t_n$  dari t=a sampai t=b. Dengan demikian  $\phi_1(t)$  dapat dinyatakan sebagai  $\phi_1(t_1)$ ,  $\phi_1(t_2)$ , ...,  $\phi_1(t_n)$  dan  $\phi_2(t)$  dinyatakan sebagai  $\phi_2(t_1)$ ,  $\phi_2(t_2)$ , ...,  $\phi_2(t_n)$ . Sehingga jika dimisalkan  $A=(\phi_1(t_1), \phi_1(t_2), \ldots, \phi_1(t_n))$  dan  $B=(\phi_2(t_1), \phi_2(t_2), \ldots, \phi_2(t_n))$ . Hasil yang diperoleh yaitu sebagai berikut :

$$A.B = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^{n} \phi_1(t_i) \phi_2(t_i) = \int_a^b \phi_1(t) \phi_2(t) dt$$
 dengan n mendekati  $\infty$  (tak hingga)

Selanjutnya, Gambar 2-3(c) diperjelas lagi pada Gambar 2-4(a). Kita dapat melihat bahwa integral  $\phi_1(t)\phi_2(t)$  ekuivalen dengan mencari luasan area tertutup dari fungsi  $\phi_1(t)\phi_2(t)$ . Dari t=0 ke t=1, luasannya +1. Dari t=1 ke t=2, luasannya -1. Sehingga luasan total dari t=0 ke t=2 adalah +1 + (-1) = 0. Hasil ini sangat sesuai dengan dua langkah sebelumnya dari perhitungan  $v_1$ .  $v_2$  seperti ditunjukkan di atas. Catatan bahwa langkah pertama perhitungan  $v_1$ .  $v_2$  adalah 1 x 1 = 1 dan langkah kedua adalah 1 x (-1) = -1. Penjumlahan dari kedua hasil tersebut adalah 1 + (-1) = 0. Proses ini berlanjut seperti ditunjukkan pada Gambar 2-4(b). Catatan bahwa di titik akhir, hasilnya sama dengan 0.

Hasil di atas sangat berguna ketika kita belajar mekanisme CDMA yang akan dijelaskan kemudian.





Gambar 2-4 Perbandingan perkalian produk ruang sinyal dan perkalian produk ruang vector : (a) perkalian produk ruang vector, (b) perkalian produk ruang sinyal

## 2.3 Ringkasan

Secara umum, seperti dijelaskan sebelumnya, sebuah sinyal sering direpresentasikan sebagai berikut :

$$f(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i \phi_i(t)$$

Dimana  $\phi_i$  adalah orthogonal. Tugas kita seringkali adalah mencari nilai  $a_i$ . Karena merupakan parameter ortogonal  $\phi_i$ ,  $a_i$  dapat dicari dengan persamaan berikut :

$$a_i = \frac{1}{\|\phi_i(t)\|^2} \int_0^T f(t) \phi_i(t) dt.$$